www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۰۷	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه سال ۸۳**		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

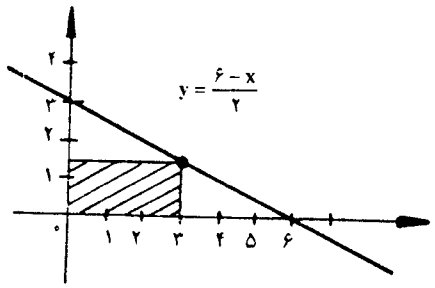
ردیف	سؤالات	نمره
۱	آیا توابع زیر مساویند؟ چرا؟ $\begin{cases} f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x \\ g(x)=\tan x \cdot \cot x \end{cases}$	۰/۷۵
۲	توابع gof با ضابطه های $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$ و $g(x)=\sqrt{x(x-2)}$ را در نظر بگیرید . الف) دامنه توابع f و g را محاسبه کنید. ب) آیا تابع $f+g$ وجود دارد ؟ چرا؟	۱
۳	در صورتی که دو چند جمله ای x^2+3x-2 و x^3-4x^2+5x+a در تقسیم بر $x+2$ هم باقیمانده باشند ، مقدار a را تعیین کنید .	۱
۴	f تابعی یک به یک است و f^{-1} معکوس f است . معکوس تابع $g(x)=f(2x-3)+1$ را به دست آورید .	۱
۵	عبارت زیر را به حاصلضرب تبدیل کنید : $A=Cos2x-Cos4x+Sin3x$	۱/۲۵
۶	مقدار a را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x)=a[x]+[x+1]$ در نقطه $x=-1$ حد داشته باشد . ([ ] نماد جزء صحیح است .)	۱
۷	حد توابع زیر را محاسبه کنید . (الف $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2x-\pi)}{x-\frac{\pi}{2}}$ ب) $\lim_{x\to 0^-}\cot x$ ج) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ د) $\lim_{x\to+\infty}\frac{5x+\sqrt{x^2+7}}{2x+\sqrt{x}}$	۲/۲۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم وافقی تابع $y=\frac{2x-3}{\lvert x\rvert+1}$ را در صورت وجود بنویسید .	۰/۷۵
۹	پیوستگی تابع f با ضابطه $f(x)=2x+[x]$ را در بازه $[1,2)$ بررسی کنید . ([ ] نماد جزء صحیح است .)	۱
	ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان:	۱۳۸۳/۰۳/ ۰۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه سال ۸۳**		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

۱۰	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y=\frac{(3x+5)^2}{\sqrt{x}-1}$ ب) $y=Cos^3 x+tan(2x-\frac{\pi}{3})$ ج) $y=\sqrt[3]{(2x-1)^2}$	۱/۷۵
۱۱	مقادیر b,a را چنان بیابید که نقطه(۲و۱) M یکی از نقاط ماکزیمم یا می نیمم تابع $y=\frac{x^2+3}{ax+b}$ باشد .	۱
۱۲	از نقطه $M\Big\vert_1^4$ دو مماس بر منحنی $y=-x^2+2x$ رسم می کنیم . معادله مماسها را بنویسید.	۱/۵
۱۳	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x)=\sqrt{(x-1)^2(x+2)}$ را در $x_0=1$ بررسی کنید .	۱
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\frac{1+\cos x}{\cos x}$ را در فاصله $[0,2\pi]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۵	ابتدا نمودار تابع $y=\lvert -x^3+1\rvert$ را به کمک مفهوم قدر مطلق رسم کنید . سپس با توجه به نمودار ، مختصات نقطه‌ی عطف را تعیین کنید .	۱
۱۶	یک مستطیل مطابق شکل به محورهای x ها و y ها و نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=\frac{6-x}{2}$ (شکل زیر) محدود شده است . طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟ 	۱
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}2x & , x\geq 0\\ 1-3x & , x<0\end{cases}$ را رسم کنید و با استفاده از نمودار آن حاصل $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ را حساب کنید .	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۰۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه سال ۸۳**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$D_f = R \quad (۰/۲۵)$ $D_g = R - \{x \mid x = k\pi \text{ و } x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \text{ و } k \in Z\} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g \quad (۰/۲۵)$ خیر زیرا:
۲	$D_f : ۲x - x^۲ > ۰ \rightarrow x(۲-x) > ۰$ $x = ۰$ $x = ۲$ $D_f = (۰,۲) \quad (۰/۲۵)$ $D_g : x(x-۲) \geq ۰ \rightarrow x = ۰ \quad x = ۲$ $D_g = (-\infty, ۰] \cup [۲, +\infty) \quad (۰/۲۵)$ $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{\} = \phi \rightarrow f+g \quad (۰/۲۵)$ وجودندارد
۳	$x + ۲ = ۰ \rightarrow x = -۲ \quad (۰/۲۵)$ $p(x) = x^۲ + ۳x - ۲ \rightarrow p(-۲) = -۴ \quad (۰/۲۵)$ $q(x) = x^۳ - ۴x^۲ + ۵x + a \rightarrow q(-۲) = -۳۴ + a \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow -۳۴ + a = -۴ \rightarrow a = ۳۰ \quad (۰/۲۵)$
٤	$g(x) = f(۲x-۳) + ۱ = y \Rightarrow \begin{cases} g(x) = y \rightarrow x = g^{-۱}(y) \quad (۰/۲۵) \\ f(۲x-۳) + ۱ = y \rightarrow f(۲x-۳) = y - ۱ \end{cases}$ $۲x - ۳ = f^{-۱}(y-۱) \rightarrow x = \frac{f^{-۱}(y-۱) + ۳}{۲} \quad (۰/۵)$ $g^{-۱}(y) = \frac{f^{-۱}(y-۱)+۳}{۲} \rightarrow g^{-۱}(x) = \frac{f^{-۱}(x-۱)+۳}{۲} \quad (۰/۲۵)$
۵	$A = \text{Cos}۲x - \text{Cos}۴x + \text{Sin}۳x = -۲\text{Sin}\frac{۲x+۴x}{۲}\text{Sin}\frac{۲x-۴x}{۲} + \text{Sin}۳x \quad (۰/۲۵)$ $= ۲\text{Sin}۳x\text{Sin}x + \text{Sin}۳x = ۲\text{Sin}۳x\left(\text{Sin}x + \frac{۱}{۲}\right) = ۲\text{Sin}۳x\left(\text{Sin}x + \text{Sin}\frac{\pi}{۶}\right) \quad (۰/۲۵)$ $= ۲\text{Sin}۳x\left(۲\text{Sin}\frac{x+\frac{\pi}{۶}}{۲}\text{Cos}\frac{x-\frac{\pi}{۶}}{۲}\right) \quad (۰/۲۵)$

ادامه در صفحه‌ی دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۰۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه سال ۸۳**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۶

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\left(a[x]+[x+1]\right)=-2a-1 \quad (0/25)\\ \lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(a[x]+[x+1]\right)=-a \quad (0/25)\end{array}\right\}\xrightarrow[(0/25)]{(0/25)} -2a-1=-a\to a=-1$$

۷

الف) $x-\frac{\pi}{2}=t\to 0\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}+t\to \lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin\left(2\left(\frac{\pi}{2}+t\right)-\pi\right)}{t}=\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin 2t}{t}=2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{1}{0}$ (۰/۲۵) $=-\infty$ (۰/۲۵)

ج) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\left(\sqrt{x+2}-2\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=\frac{1}{4}$ (۰/۵)

د) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5x+x\sqrt{1+\frac{7}{x^2}}}{2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{6x}{2x}=3$ (۰/۵)

۸

$D=R$(۰/۲۵) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x}{x}=2\to$ مجانب افقی $y=2$(۰/۲۵) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x}{-x}=-2\to$ مجانب افقی $y=-2$(۰/۲۵)

۹

۱) $\forall x_0\in(1,2)\Rightarrow\begin{cases}f(x_0)=2x_0+1\\ \lim\limits_{x\to x_0} f(x)=2x_0+1\end{cases}\to$ f در بازه $(1,2)$ پیوسته است (۰/۲۵)

۲) $f(1)=3,\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=3\to$ f در $x_0=1$ پیوستگی راست دارد (۰/۵)

$\left.\begin{array}{l}\\ \\ \end{array}\right\}\to$ f در $[1,2]$ پیوسته است (۰/۲۵)

۱۰

الف) $y'=\frac{2(3)(3x+5)(\sqrt{x}-1)-\frac{1}{2\sqrt{x}}(3x+5)^2}{(\sqrt{x}-1)^2}$ (۰/۷۵)

ب) $y'=3\cos^2 x\sin x+(2)\left(1+\tan^2(2x-\frac{\pi}{3})\right)$ (۰/۵)

ج) $y'=\frac{2(2)}{3\sqrt[3]{(2x-1)}}$ (۰/۵)

تقسیم بارم به عهده همکار

ادامه در صفحه‌ی سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان : ۱۳۸۳/۰۳/ ۰۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه سال ۸۳**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۱

$\frac{۱+۳}{a+b}=۲\Rightarrow a+b=۲$ (۰/۲۵)

$y'=\frac{۲x(ax+b)-a(x^۲+۳)}{(ax+b)^۲}$ (۰/۲۵)

$y'=۰ \xrightarrow[x=۱]{} ۲(a+b)-a(۲)=۰$

$a=۱$ (۰/۲۵)

$b=۱$ (۰/۲۵)

۱۲

$B\begin{vmatrix}\alpha\\ -\alpha^۲+۲\alpha\end{vmatrix}$

$y'=-۲x+۲ \rightarrow m=-۲\alpha+۲ \rightarrow y-(-\alpha^۲+۲\alpha)=(-۲\alpha+۲)(x-\alpha)$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$\alpha^۲-۸\alpha+۷=۰ \rightarrow \alpha=۱ \quad , \quad \alpha=۷$

(۰/۵)

$y-۱=۰\,(x-۱) \rightarrow \boxed{y=۱}$ (۰/۲۵)

$y+۳۵=-۱۲\,(x-۷) \rightarrow \boxed{y=-۱۲x+۴۹}$ (۰/۲۵)

۱۳

$f(x)=|x-۱|\sqrt{x+۲}$ (۰/۲۵)

$f'(۱)=\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{|x-۱|\sqrt{x+۲}-۰}{x-۱}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to ۱^-}\frac{-(x-۱)\sqrt{x+۲}}{x-۱}=-\sqrt{۳}\\ \lim\limits_{x\to ۱^+}\frac{(x-۱)\sqrt{x+۲}}{x-۱}=\sqrt{۳}\end{cases}$ (۰/۵)

$f'_-(۱)=-\sqrt{۳}\neq f'_+(۱)=\sqrt{۳}\longrightarrow$ مشتق پذیر نیست

(۰/۲۵)

۱۴

$\cos x=۰\rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\rightarrow x=\underset{\text{مجانب قائم}}{\frac{\pi}{۲}},\frac{۳\pi}{۲}$ (۰/۲۵)

$y'=\frac{\sin x}{\cos^۲ x}$ (۰/۲۵) $\quad y'=۰\rightarrow \sin x=۰\rightarrow x=k\pi\rightarrow$

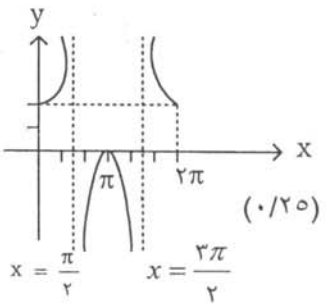
$x=۰\rightarrow y=۲$

$x=\pi\rightarrow y=۰$

$x=۲\pi\rightarrow y=۲$ (۰/۲۵)

x	۰		$\frac{\pi}{۲}$		π		$\frac{۳\pi}{۲}$		۲π
y′	۰	+	+	۰	−		−	۰	
y	۲ ↗	$+\infty$	$-\infty$ ↗	۰	↘ $-\infty$		$+\infty$	↘ ۲	

(۰/۵)



(۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی چهارم

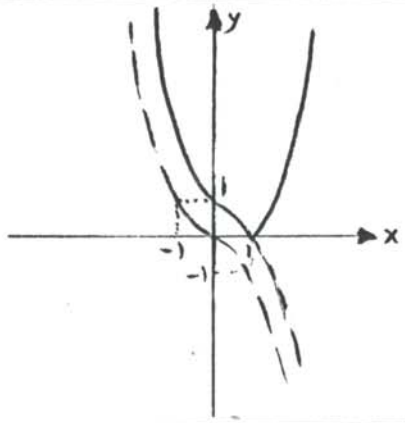
www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۰۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه سال ۸۳**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۵ سه مرحله رسم شکل هر کدام (۰/۲۵) جمع (۰/۷۵) نقطه عطف (۱ و ۰) (۰/۲۵)



۱۶

$$\text{عرض} = y = \frac{۶ - x}{۲}$$

$$\text{طول} = x$$

$$s = xy = x(\frac{۶ - x}{۲}) = \frac{۶x - x^{۲}}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

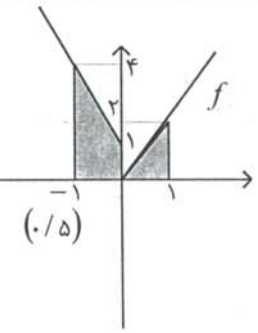
$$s' = \frac{۶ - ۲x}{۲} = ۰ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow y = \frac{۳}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

$$(۰/۲۵) \qquad (۰/۲۵)$$

۱۷

$$\int_{-۱}^{۱} f(x)dx = \int_{-۱}^{۰} f(x)dx + \int_{۰}^{۱} (x)dx = \frac{۱}{۲}[(۱+۴)\times ۱] + \frac{۱}{۲}(۱\times ۲) = \frac{۷}{۲}$$

$$(۰/۵) \qquad (۰/۲۵)$$



همکار محترم با عرض سلام و خسته نباشید

لطفاً برای کلیه ی روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید . باتشکر

www.alm.loxblog.com